Lichtgeschwindigkeit als Grenze der Übertragung

Proseminar zur Quantenmechanik II W.S 2003/2004

Bei Herren Pr. Dr. Heinrich Heyszenau

Aschraf Hekmat Charafeddine

16.01.2004

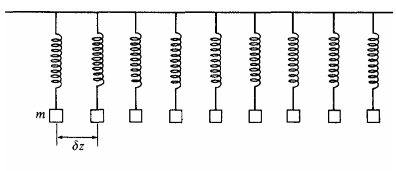
Inhaltsverzeichnis:

Abstrakt. Die Lichtgeschwindigkeit spielt in der Relativitätstheorie eine grundlegende Rolle. Diese rolle erstreckt sich aus den physikalischen Konsequenzen ihrer Konstanz für Elektrodynamik bewegter Körper bis zur mathematischen Definition der physikalischen Kausalität. Unmittelbar nach der Entstehung der Einsteinschen Relativität und die Forderung der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit in allen Bezugssystemen und unabhängig vom Sender, gab es die gegen- Argumente, dass dies im anomalen Dispersions- Fall anders sei. Und, dass dann Überlichtgeschwindigkeiten(Superluminal genannt) möglich sind. In, neulich durchgeführten Experimenten, zeigten unter anderen [4], [5] und [6], dass ein, in einem gewissen Medium durchlaufenes Signal weniger Ausbreitungszeit als das gleiche Vakuumsignal braucht, und damit schneller als Licht. Hier soll nun erläutert werden, wie man dann diese scheinbaren Überlichtgeschwindigkeiten interpretieren, behandeln kann, und wie dies unsere relativistische Definition der Lichtgeschwindigkeit beeinflusst.

I. Einführung

Überlichtgeschwindigkeiten sind in der Physik nichts Ungewöhnliches. Dies kann man sich an zwei Beispielen leicht merken. Im ersten Beispiel betrachten wir ein Leuchtturm, der die Lichtstrahlen, sagen wir auf einen entfernten Berg richtet. Je entfernter der Berg oder schneller sich der Lichtturm dreht, desto schneller laufen die Licht-Punkte auf dem Berg, sogar beliebig schnell. Nehmen wir an der Berg ist r [m] vom Leuchtturm entfernt und w sei die Drehgeschwindigkeit des Leuchtturms, so wird die Geschwindigkeit der Punkte am Berg durch v= rw angegeben; r ist also der Radius mit r = $c.t_{licht}$, und $w = \frac{2p}{T}$, somit wird $v_{lichtpunkt} = \frac{2p.t_{licht}}{T}.c$. Hier sieht man, dass wenn der Leuchtturm sich schneller dreht, dann wird T (die Periode) beliebig klein und somit das Quotient vor c > 1 und somit schneller als Licht. Diese Geschwindigkeit kann zwar größer als die Lichtgeschwindigkeit werden, ist aber nicht als eine Geschwindigkeit von Materie oder Objekte anzusehen, da ja die Ursache der Bewegung der n+1 Lichtpunkt reflektiert auf dem Berg, ist nicht durch die Bewegung der n-ten Lichtpunkt verursacht worden!

Im zweiten Beispiel betrachten wir die Anordnung (siehe Figur 1.)
, die relevanter für uns ist und zeigt ein Einführungs- Beispiel über Phasengeschwindigkeiten, die größer als die Lichtgeschwindigkeit sein können!



Figur 1.

Hier sind die Federn dz von einander entfernt aufgehängt. Alle haben die gleiche Masse m. Nun, regt man die erste Masse zur reinen vertikalen Schwingung an.

Man kann sich vorstellen, dass die Zeitspanne dt, um die zweite Masse und danach die dritte usw., anzuregen, beliebig klein gemacht werden kann. Und damit eine Geschwindigkeit (Phasengeschwindigkeit genannt, und ist einfach die Geschwindigkeit der Phase) für die entstehende harmonische Welle, vom Wert $\frac{dz}{dt}$, größer als die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum zu erhalten. Die Phasen Geschwindigkeit ist auch die

Geschwindigkeit, die in $v = \frac{c}{n}$, mit n Brechungsindex angegeben wird. Die kausale Phasen Geschwindigkeit des Lichtes ist nur im Vakuum = c. In andere Medien, sagt die Phasen Geschwindigkeit nur aus, wie schnell die Phase, nach der Wechselwirkung mit den Teilchen des Mediums, ist, und muss nicht unbedingt < c sein!

Hier in unserem Beispiel transportiert sich keine Energie oder besteht keine kausale Beziehung zwischen den Bewegungen der einzelnen Federn! Und damit sehen wir uns eigentlich nicht veranlasst die Einsteinsche Behauptung in Frage zu stellen, da die Relativitätstheorie nur von Geschwindigkeiten von Signalen und materiellen Objekten spricht! Nun Es gibt aber hier auch Ungeräumtheiten. Die spezielle Relativität(SR gekürzt) hat die Bewegung eines Lichtsignals eingeschränkt, aber hat sich die Beschaffenheit so eines Signals nicht näher angeschaut. Im Falle von Dispersion treten Superluminale Geschwindigkeiten, wie wir noch sehen werden. Dies führt dazu, dass man die Menge der Geschwindigkeiten, die die einsteinsche Einschränkung unterliegen müssen präzisieren und neu definieren muss.

Lichtgeschwindigkeit in isotropen Medien:

II. a Signale und ihre Beschaffenheit:

Wir haben oben Signale erwähnet ohne aber eine Präzise Definition angegeben zu haben. Sind Signale das gleiche wie normales Licht? Was macht Signale aus? Eigentlich, in der SR spricht man immer von Signalen. So waren alle Lichtgeschwindigkeitsmessungen bei Römer, Fizeau, und Foucault immer Signalgeschwindigkeiten. Die SR hat ja ihre Überlegungen auf diese Versuche aufgebaut(siehe [*]) D.h. die SR betrachtet in ihrer Definition der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit immer Signale.

Nun geben wir hier einige Erläuterungen über die Beschaffenheit von Signalen. Bei all diesen Experimenten und Betrachtungen ist ein gemeinsames Charakter der Signale Vorhanden, und dies ist ihre Endlichkeit im Raum, oder besser gesagt zur Zeit $t<0$ gibt es kein Licht, keine Lichterregung!

Also Signale unterscheiden sich von einer normalen Sinus Welle z.B., dadurch, dass sie mindestens einen Anfang besitzen und in den meisten fällen auch ein Ende. Signale sind also Ableitungen harmonischer Wellen (unendlich lange Wellen). Ein wichtiger Unterschied noch, der uns zwingt Signale für Überlegungen über die SR zu nehmen ist diesen: Wenn Dispersionseffekte in Medien mitberücksichtigt werden müssen, dann ist die Lichterregung in Jedem Punkt dieses Mediums für unendlich lange Sinus Wellen überall im Medium und über alle Zeiten vorhanden, und deshalb sagt uns die, mit der Sinus Welle verbundene, Phasengeschwindigkeit nichts über der Übertragung, und somit auch nicht über die tatsächliche Geschwindigkeit der Übertragung eines Signals in dem jeweiligen Medium.

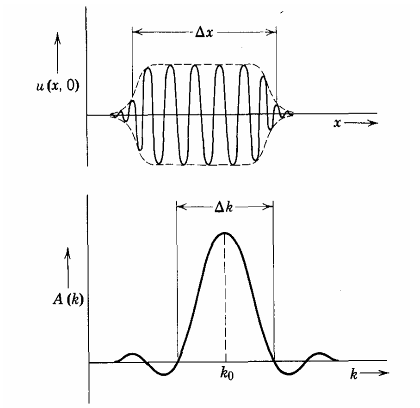
D.h. Um Übertragungen in Medien zu Behandeln, müssen wir endliche Licht Wellen benutzen, eben Signale. Mathematische ausgedrückt ist ein Signal eine Welle der Form (als Beispiel):

$f(t)=0$; **für t<0** $f(t)=\sin\frac{2pt}{l}$ **für t>0**

oder der Form . $f(t)=\sin\frac{2pt}{l}$ für **0<t<T**, also an beiden Enden geschnitten!

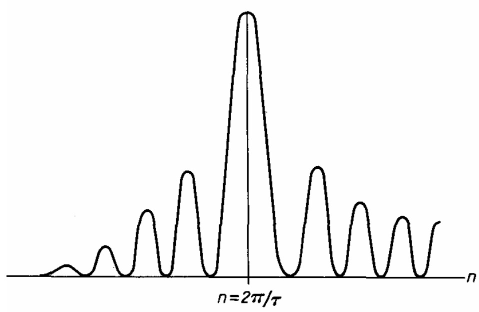
Wie man weiß behandelt man Signale, eben wegen unsere Anfangsbedingung, dass zur Zeit t<0 keine Erregung vorhanden sein darf, durch Fourier Reihen, Fourier Integral und Transformationen. Ein Signal kann immer als eine Fourier Transformierte angesehen werden! für die Amplitude eines Elektrischen Feldes(1-Dim.) gibt man dann: $u(x,t)=\frac{1}{\sqrt{2p}}\int_{-\infty}^{\infty}A(k)e^{ikx-iw(k)t}dk$

mit; $A(k)=\frac{1}{\sqrt{2p}}\int_{-\infty}^{\infty}u(x,0)e^{-ikx}dx$, an!



Figur 2.[1]

Nun wie man sieht die ist Fourier Transformierte eine Entwicklung im Frequenzraum. Also ein Signal ist eine " Gruppe" von monochromatische Welle, wo jede dieser Wellen sich mit ihrer eigenen Phasengeschwindigkeit fortpflanzt! Nun definiert man für diese "Gruppe", oder Signal eine Gruppen Geschwindigkeit v_g . Diese Definition der Gruppengeschwindigkeit ist durch eine Nährung entsandten, die in jedem Elektrodynamik Buch vorhanden ist. Ich verweise auf Jackson[1]. Man verlangt nämlich, dass die Frequenzen, über die summiert wird, nah beieinander liegen! Die Gruppengeschwindigkeit beträgt dann $v_g=\frac{dw(k)}{dk}$, und bezieht sich auf dem Massenmittelpunkt der Gruppe(siehe Figur[] auf Seite). Andere Formen der gleichen Geschwindigkeit werden noch auftreten!
Ich erwähne noch, dass die Intensität so ein Signal ist Proportional zum Quadrat der Amplitude und sieht wie im Figur 3 gezeichnet aus! Bei $w\approx w_0$ haben wir die Maximum! (siehe Brillouin[2])



Figur 3[2]

II. b Dispersion :

Die Abhängigkeit des Brechungsindex von der Frequenz ist bekannt als Dispersion. Das Licht wird in seiner Komponenten zerlegt und man erhält die bekannten Regenbogen Farben. In der **Wellen Theorie** des lichtes Vor Maxwell, erklärte man sich diese Tatsache, in dem das Licht in Medien eine andere Geschwindigkeit besitzen soll, es wird langsamer. Für eine monochromatische welle bedeutet dies, dass die Phasen Geschwindigkeit kleiner wird(normaler Dispersion), nach $v_{ph}=\frac{c}{n(w)}$. Für ein normales Licht, dass bekannter Weise aus mehreren monochromatische Wellen(Farben) besteht, wird also deutlich mit n(w) warum die unterschiedlichen Brechungen geschehen!

Nun in der elektromagnetischen Theorie(auch eine Wellen Theorie) des Lichtes wird diese Abhängigkeit des Brechungsindex von der Frequenz noch tiefer erleuchtet, und ein Zusammenhang mit der Dielektrizitätskonstante wird hergestellt. Da ist das Licht eine elektromagnetische Welle, die mit den elektromagnetischen Eigenschaften der Materie wechselt wirkt! Betrachten wir ein Medium mit einer $m = 1$, also wir vernachlässigen die Magnetisierungseffekte! Ferner betrachten wir ein Elektromagnetisches Feld, das nur in einer Richtung propagiert, x-Richtung, und in y-Richtung schwingt! $E(x,t)=E_y(x,t)=E_0 e^{i(kx-wt)}$ und dann betrachten wir ein vereinfachtes Modell eines Mediums. Die Teilchen dieses Mediums bestehen aus Atomen mit Elektronen Hüllen und Kerne. Wir nehmen noch weiter an, dass die Elektronen der Außenhüllen mit einer Eigenschwingung w_0 , und dass eine Dämpfungskraft in der Form $mg\dot{y}$ vorhanden ist. Nun das elektrische Feld verschiebt die Elektronen von Ihrer eigenen ruhe Lage(siehe Figur 2.)

$$\leftarrow \underset{m}{\overset{-e}{\bullet}} \ldots y .. \underset{M}{\overset{+e}{\oplus}} \rightarrow E$$

Figur 3.

Die Differentialgleichung für die Bewegung der Elektronen im Vorhandensein des Elektrischen Feldes und nach dem zweiten Newtonschen Axiom lautet:

$$m[\ddot{y} + g\dot{y} + w_0 y] = -eE_0 e^{-iwt}$$

Die Lösung Dieser inhomogene partielle Dgl. Zweiter Ordnung ist durch:

$y(t) = \frac{e.E}{m(w^2{}_0 - w^2 + igw)}$ angegeben! Somit wird die Polarisation p = -e .y

$= \frac{e^2 (w^2{}_0 - w^2 - iwg)^{-1}}{m}$; gemeinsam mit den Beziehungen $e = 1 + 4pc_e$ und

n = $\sqrt{e}$ ($m = 1$) erhalten wir für den Brechungsindex für ein

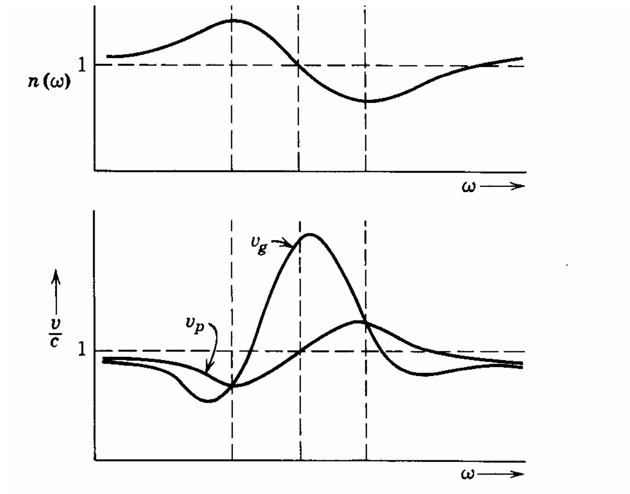
Medium $n^2(w) = 1 + \frac{e^2}{me_0(w^2{}_0 - w^2 - igw)}$. Das ist der Ausdruck, den man durch die Maxwellsche Theorie des Lichtes bekommen kann, und noch tiefere Einsicht der möglichen Wechselwirkung zwischen Lichtsignale und Materie!

Nun man sieht leicht hierdurch, dass jede Frequenz ihrer eigenen Phasen Geschwindigkeit hat nach $v_{ph}=\frac{c}{n(w)}$; Was ja für Lichtsignale keine brauchbare Definition der Geschwindigkeit liefert. Dafür benutzt den Begriff der Gruppengeschwindigkeit. $v_g = \frac{dw}{dk}$ für Frequenzen, die nah bei einander liegen genähert. Die Phasengeschwindigkeit lautet $v_{ph} = \frac{w(k)}{k}$. Man kann auch die Gruppengeschwindigkeit als eine Funktion des Brechungsindexes darstellen $v_g = \frac{c}{n(w) + w(\frac{dn}{dw})}$ (siehe Jackson[1]). Durch diese Beziehung kann man die Eigenschaften der Dispersion ergründen.

Man unterscheidet zwischen zwei Arten Dispersion

1. Normale Dispersion tritt auf, wenn $\frac{dn}{dw} > 0$, auf
2. Anomale Dispersion tritt wenn, $\frac{dn}{dw} < 0$, auf. anomale Dispersion tritt für bestimmte Materialien auf.

Dies kann man sehr deutlich an Figur 3. (oben) erkennen. Dort ist der Bereich von anomaler Dispersion gepunktet dargestellt. Man sieht wie die Ableitung von n nach der Kreisfrequenz negativ wird.



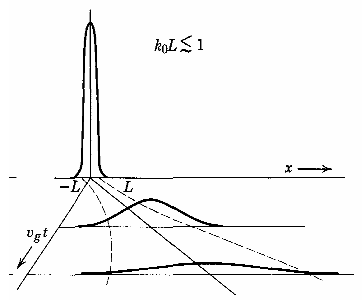
Figur 4/[1]

Dies bedeutet Physikalisch, dass wenn w in diesem Bereich liegt(gepunkteter Bereich), dann kann der Nenner in v_g (siehe oben) kleiner als 1, sogar Negativ werden.
Diese Tatsache kann man aus Figur 3 unten entnehmen. Die Phasen- und Gruppengeschwindigkeit können im anomalen Bereich < als c werden (Figur3 unten)!

Dies wird nun im folgenden Abschnitt diskutiert.

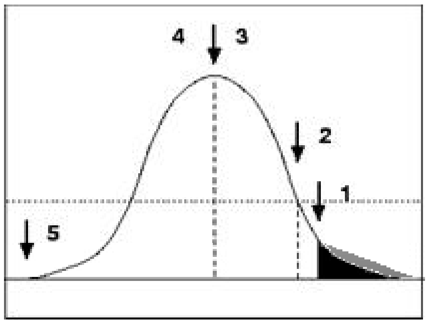
III. Signal Übertragung in dispersiven Medien und die Superluminalen Geschwindigkeiten

Die oben angegebene Tatsache, dass die Gruppengeschwindigkeit in Materialien Superluminal werden kann, war natürlich eine der ersten Einwände gegen die Behauptung Einsteins. Aber bereits im Jahre 1907 hatte A. Sommerfeld auf eine Anfrage von W. Wien hin, die eben den Zusammenhang zwischen anomaler Dispersion und die Gültigkeit der Einsteinkausalität betraf, eine Arbeit verfasst, in der er die Macken der Gruppengeschwindigkeit als eine Signalgeschwindigkeit, aufgedeckt hatte! Er, und sein Schüler Léon Brillouin, hatten auch später an dem Thema gearbeitet



Figur5[1]

und mehrere Definitionen Für möglichen Geschwindigkeiten des Signals angegeben. Geschwindigkeiten die auch Superluminal werden können. Die beiden Forscher zeigten aber, dass diese superluminale Geschwindigkeiten dann keinen Physikalischen Sinn mehr haben! Wie sie mathematisch vorgegangen sind entnimmt man aus [2]. Man muss nämlich die zeitliche Entwicklung der Fourier-transformierte berechnen. Die Berechnung ist langwierig und etwas schwer. Eine ausführliche Darstellung findet man in [2]. Man findet, dass die Wellenstruktur der Fouriertarnsformierte bzw. des Signals, und die aus der Wechselwirkung mit dem Medium entstandene Verformung, verbietet uns das Signal als eine Solide Einheit mit konstanten Form (Wie ein Ball z.B.) zu betrachten!
Im Vakuum ist die Geschwindigkeit des Signals eindeutig durch die, von uns oben angegebene Gruppengeschwindigkeit, darzustellen!
Im dispersiven Medium läuft jede Komponente(jede Frequenz) in ihrer eigenen Phasengeschwindigkeit(siehe Abschnitte IIa&b), und die Gruppengeschwindigkeit stellt Geschwindigkeit des Signals nicht mehr dar. Sie erinnerten daran, dass es bei der Gruppengeschwindigkeit um eine Nährung im Bereich "Omega Null" handelt, und dass in dispersiven Medien die Gruppe verzerrt wird. Und das Signal wird sehr viel breiter als des Anfangssignals sein, und dass **das Maximum des Signals in Medien zeitlich verschoben wird(siehe Figur 7). Eine ganz wichtige Eigenschaft, die die angeblichen und scheinbaren Superluminalen Geschwindigkeiten kausal erklären kann**. Damit wird die Voraussetzung "Frequenzen im Omega Null-Bereich" nicht mehr gegeben(siehe Figur[5]) Hierdurch stellt sich die Frage nun, welche Geschwindigkeit kann man so ein Gebilde zuordnen! Dies führte Sommerfeld dazu, sich die Intensitätsverteilung(Intensitätskurve) des Signals zu betrachten. Dies sieht wie im Figuren3 und 6 aus. In Figur6 stellt die Ordinate die Intensität dar, hat also die Dimension Energie/(Zeit·Fläche); die Abszisse hat die Dimension Zeit, also ist die Fläche unter der Kurve der Energiemenge des Signals proportional. Anhand der Intensität kann man, die von Sommerfeld definierten Geschwindigkeiten besser erkennen! (Siehe Figur6)Die Geschwindigkeit, mit der sich der Punkt bewegt, an dem einen bestimmte Energiemenge übertragen ist wird mit (1) gekennzeichnet, und die Geschwindigkeit, mit der sich der Punkt bewegt, an dem eine bestimmte Schwellenintensität überschritten wird, ist dann die(2). Dann gibt es natürlich die Geschwindigkeit, mit der sich das Maximum des Wellenpakets bewegt (3), die identisch sein kann (aber natürlich nicht sein muss) mit der



Figur6/[3]

Schwerpunktsgeschwindigkeit des Wellenpakets (4). Schließlich kann man die Paketgeschwindigkeit auch definieren als die Geschwindigkeit, mit der sich der Punkt bewegt, and dem das ganze Paket „durch`` ist (5)". Sommerfeld nannte die Geschwindigkeiten 1 bis 5 wie Folgend:

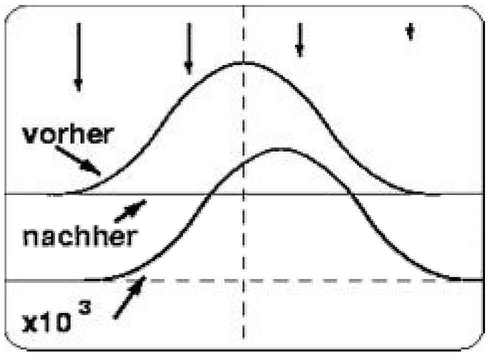
(1) Frontgeschwindigkeit
(2) Energiegeschwindigkeit
(3) Signalgeschwindigkeit
(4) Gruppengeschwindigkeit
(5) Paketgeschwindigkeit

Ich verweise darauf hin, dass die von Sommerfeld und sein Schüler Brillouin angegebenen Geschwindigkeiten sind reine Rechengrößen. Also von Sommerfeld und anderen vor ihm angegeben wurden, um die Wellengruppen und Signalen geeignete Geschwindigkeiten zu definieren. (Nähere detaillierte Information findet man in [2]). Diese Definitionen sind von der Zeitdefinition für das Aussenden und Detektieren des Signals sehr Abhängig. Und dieser Tatbestand spielt eine Große Rolle in den Experimenten, in denen man behauptet Superluminale Geschwindigkeiten gemessen zu haben. Man misst nämlich immer nur Zeitintervalle (Für gleiche Strecken, setzt diese in Formeln der Geschwindigkeiten ein.)

Und in diesen Experimenten im anomalen Dispersionsbereich misst man immer Zeitintervalle, die kleiner sind als die Zeiten für das Fortpflanzen des gleichen Vakuumsignals! Nun um diese Tatsache richtig zu interpretieren, müssen wir die Wechselwirkung zwischen den Signalen und der Detektoren näher betrachten! Die Frage ist doch: gibt es eine Möglichkeit, mit der ein Sender auf der linken Seite des Tunnels einem Empfänger auf der rechten Seite eine Nachricht, etwa in Form eines Wellenpakets, mit Überlichtgeschwindigkeit übermitteln kann? Man muss sich klar machenn, dass

(1) Der Betrag des Mediumsignals in ist zu jedem Zeitpunkt kleiner als es der eines Vakuumsignals wäre (Figur 7). Insbesondere gibt es kein Intensitätsniveau, welches vom Mediensignal früher erreicht würde, als vom Vakuumsignal

(2) Ebenfalls ist die aufintegrierte Intensität des Medium -signals zu jedem Zeitpunkt kleiner als die des Vakuumsignals.



Figur 7

Diese beiden offensichtlichen Erkenntnisse bedeuten, dass ein Detektor das Vakuumsignal *auf jeden Fall früher* registriert wird, als das Mediumsignal, und zwar unabhängig von der eingestellten Detektorempfindlichkeit. Da das Vakuumsignal höchstens mit Lichtgeschwindigkeit übertragen wurde, muss die Informationsübertragungsgeschwindigkeit im Tunnel für Detektoren dieser Typen auf jeden Fall kleiner als c sein.

Das Maximum des Mediumsignal ist gegenüber dem Vakuumsignal, wie oben schon erwähnt wurde, nach vorn`` verschoben. Ein Detektor, der das Maximum detektiert, würde das Mediumsignal früher registrieren als das Vakuumsignal. Daraus zu folgern, dass das Mediumsignal mit Überlichtgeschwindigkeit transportiert wurde, wäre jedoch falsch, wie folgende einfachen Überlegungen zeigen:

(1)

Der Sender auf der linken Seite des Mediums hat auf jeden Fall eine endliche Ansprechzeit. Konkret: vom Zeitpunkt der Sendeauslösung bis zum Zeitpunkt, an dem der Sender das Signalmaximum emittiert, vergeht eine endliche Zeit. Wenn also der Empfänger einen Detektor benutzt, der das Maximum detektiert, ist das Vakuumsignal auf jeden Fall mit Unterlichtgeschwindigkeit unterwegs. Das Mediumsignal ist bei gleichem Detektor dann schneller als das Vakuumsignal, aber die Schlussfolgerung, dass das Mediumsignal damit auch schneller als das Licht sei, ist durch nichts gerechtfertigt.

(2)

Wie erwähnt, ist der Betrag des Mediumsignals jederzeit kleiner als der des Vakuumsignals (welches ja höchstens mit Lichtgeschwindigkeit unterwegs ist). Das heißt, dass das Maximum des Mediumsignals beim Empfänger erst eintreffen wird, *nachdem* das Vakuumsignal eine Intensität erreicht hat, die dem Maximum des Mediumsignals entspricht. Mithin wird ein Detektor, der auf gerade diese Intensität eingestellt ist und das Vakuumsignal detektiert, das Signal *früher* registrieren als ein Detektor, der das Maximum des Mediumsignals detektiert. Für diesen Detektor aber war das Vakuumsignal höchstens mit Lichtgeschwindigkeit unterwegs. Da der Detektor, der das Maximum des Mediumsignals detektiert, erst später anspricht, muss das Mediumsignal mit Unterlichtgeschwindigkeit übertragen worden sein.

Zusammenfassung:

Also das was die Spezielle Relativitätstheorie als Kausaler Signal betrachtet hat eine Struktur, und trägt die Information und die Kausalität (damit ist die Wirkung gemeint) in dieser Struktur und diese Information überträgt sich mit Lichtgeschwindigkeit, abgesehen von der Superliuminalen Geschwindigkeiten, die wegen der Wellennatur des Signals auftreten!

Literatur:

[1] Jackson, J. D.: Classical Electrodynamics, John Wiley & Sons, 1975, NY.

[2] Brillouin, Leon: Wave Propagation and Group Velocity, Academic Press, United Kingdom Edition, 1960, London

[3] http://theory.gsi.de/~vanhees/faq/causality/causality.html 15. Januar. 2004

[4] G. Nimtz and W. Heitmann, Prog. Quantum Electronics 21 (1997) 81

[5] Steinberg, A. M. & Chiao, R. Y. *Phys. Rev. A* 49, 2071–2075

[6] M. D. Dtenner, Daniel J. Gauthier & Mark A. Neifel, Nature 425, 695 16.Okt.2003

[7]A. Sommerfeld, Vorlesungen über Theoretische Physik, Band IV, Optik, Dieterich'sche Verlagsbuchhandlung (1950)